

I PRACOWNIA FIZYCZNA, INSTYTUT FIZYKI UMK, TORUŃ

RAPORT

z wykonania ćwiczenia nr 110

Tytuł: Pomiar rezystancji za pomocą omomierza.

Nr ew.	Nazwisko i imię	Kierunek	Data wyk. ćw.	Opiekun ćwiczenia	Ocena raportu
810	GANAJSKA KATARZYNA	FIZYKA TECH.	29.02.08		

Wyniki pomiarów:

Podpis opiekuna

619	664	630	I	639	II	6510
646	627	634		649		650
627	636	629		640		650
638	656	635		640		650
629	658	631		640		651
631	632	629		643		650
641	619	650		641		650
646	634	627		641		650
645	634	627		640		653
637	646	631		640		650
639	646	631		640		650
641	633	623		640		650
633	653	646		640		650
630	656	632		640		650
661	625	637		640		650
624	632	628		640		650
648	619	632		640		650
641	647	634		640		650
634	640	635		640		650
662	635	630		640		650
646	635	624		640		650
647	637	630		640		650
777	637	630		640		650
630	641	642		640		650
647	625	623		640		650
638	625	637		640		650
632	633	655		640		650
655	623	641		640		650
636	638	639		640		650
652	643	646		640		650
649	627	631		640		650
624	637	637		640		650
642	640	640		640		650
625	620	640		640		650
636	640	640		640		650
640	635	640		640		650

[Wyniki podane w Ω .]

Katarzyna Ganajska
Zatwierdzenie wyników pomiarów

Wyniki pomiarów (c.d.):

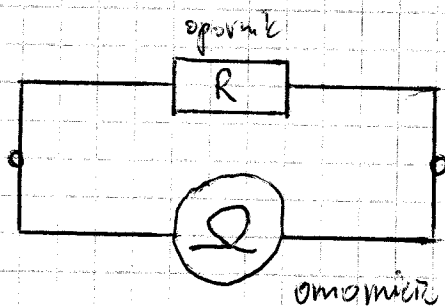
Wyniki	pomiarów uporządkowane: $L \sim S2$		
61,6	63,2	64,1	losowy opornik I:
61,9	63,3	64,2	63,9
61,9	63,3	64,2	64,0
61,9	63,4	64,3	64,0
62,0	63,4	64,5	64,0
62,3	63,4	64,6	64,0
62,3	63,4	64,6	64,0
62,3	63,4	64,6	64,0
62,4	63,4	64,6	64,0
62,4	63,4	64,6	64,0
62,4	63,5	64,6	64,1
62,5	63,5	64,7	64,3
62,5	63,5	64,7	
62,5	63,5	64,7	losowy opornik II
62,5	63,5	64,7	65,0
62,7	63,6	64,8	65,0
62,7	63,6	64,9	65,0
62,7	63,6	64,9	65,0
62,7	63,7	65,0	65,0
62,8	63,7	65,2	65,0
62,9	63,7	65,5	65,0
62,9	63,7	65,5	65,0
63,0	63,8	65,6	65,1
63,0	63,8	65,6	65,1
63,0	63,8	65,7	65,1
63,0	63,8	65,8	65,3
63,1	63,9	66,1	
63,1	63,9	66,2	
63,1	64,0	66,4	
63,2	64,0	77,7	- błąd gminy (ustalony przy obliczeniach)
63,2	64,0		Sprowadzamy tym, że opornik był wadliwy into miał inne opor- umieszczony (nie należał do próby)
63,2	64,1		
63,2	64,1		
63,2	64,1		

SCHEMAT RAPORTU

1. Cel ćwiczenia .
2. Opis teoretyczny ćwiczenia.
3. Literatura.
4. Opis wykonania pomiarów:
5. Opracowanie wyników:
 - a). pełny tok obliczeń;
 - b). dyskusja błędów i niepewności ;
 - c). prezentacja otrzymanych wyników;
 - d). wnioski końcowe (ocena metody pomiaru, porównanie otrzymanych wyników z danymi literaturowymi);
 - e). uwagi.

Celem ćwiczenia jest pomiar rezystancji reprezentatywnej próbki oporników, dokonanie posługiwania się wybranymi miernikami oraz opracowanie wyników pomiarów.

Używając multimetru, ustawionego jako Ohmometr o skali od 0 do 200 Ω zmierzycam rezystancję 100 oporników o oporze mianowanym $(62 \pm 5\%) \Omega$. (odczytujęm wskazania ohmometra)



Z uzyskanych wyników odejmuję błąd próby. Dodatkowo (zgodnie z treścią ćwiczenia) wykonuję 10-krotny pomiar rezystancji dwóch losowo wybranych oporników.

Dla 100 pomiarów wartość wynosi:

$$R_x = R_{\max} - R_{\min} = 64,4 \Omega - 61,6 \Omega = 4,8 \Omega$$

Błąd systematyczny wynikający z niedokładności przyrządu (miernika) wynosi $\varepsilon = 0,1 \Omega$

$$R_x = 4,8 \Omega \gg \varepsilon = 0,1 \Omega \quad (R_x = 48 \varepsilon)$$

Z tego, iż $R_x \gg \varepsilon$ widzimy, że dominuje tutaj błąd przypadkowy, więc pomijamy ε w obliczeniach.

Na podstawie liczę średnia arytmetyczną pomiarów

$$\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i$$

$$\bar{R} = 63,699899 \Omega \approx 63,70 \Omega$$

④ Odchylenie standardowe pojedynczego pomiaru [dla $N=99$]

wynosi:

$$S_R = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2}$$

R_i	$R_i - \bar{R}$	$(R_i - \bar{R})^2$	ilość pow. danego wyniku
61,6	-2,0989899	4,4057586	1
61,9	-1,7989899	3,2363647	3
62,0	-1,6989899	2,8865667	1
62,3	-1,3989899	1,9571727	3
62,4	-1,2989899	1,6873748	3
62,5	-1,1989899	1,4375768	4
62,7	-0,9989899	0,9979808	4
62,9	-0,7989899	0,6383849	3
63,0	-0,6989899	0,4885669	5
63,1	-0,5989899	0,3587889	3
63,2	-0,4989899	0,2489909	6
63,3	-0,3989899	0,1591929	2
63,4	-0,2989899	0,0893949	6
63,5	-0,1989899	0,0395969	6
63,6	-0,0989899	0,0097989	3
63,7	0,001010	0,0000102	4
63,8	0,101010	0,010203	4
63,9	0,201010	0,040451	2
64,0	0,301010	0,0906021	4
64,1	0,401010	0,1608081	4
64,2	0,501010	0,2510111	2
64,3	0,601010	0,3612131	1
64,5	0,801010	0,6416172	1
64,6	0,901010	0,8118192	6
64,7	1,001010	1,0020212	4
64,8	1,101010	1,2122232	1
64,9	1,201010	1,4424253	2
65,0	1,301010	1,6926273	1
65,2	1,501010	2,2530313	1
65,5	1,801010	3,2436374	2
65,6	1,901010	3,6138394	2
65,7	2,001010	4,0040414	1
65,8	2,101010	4,4142434	1
66,1	2,401010	5,7648495	1
66,2	2,501010	6,2550515	1
66,4	2,701010	7,2954556	1
		$\Sigma = 106,729899$	$\Sigma = 99$

$$S_R = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2} = \sqrt{\frac{1}{98} \cdot 106,729899} =$$

$$= 1,043590246 \text{ } \Omega$$

(do zaokrąglenia 1,05 Ω
2 miejsc znaczących)

Odchylenie standardowe wartości średniej wynosi:

$$S_{\bar{R}} = \sqrt{\frac{1}{N}} \cdot S_R = 0,104884766 \text{ } \Omega$$

do zaokrąglenia $S_{\bar{R}} = 0,10 \text{ } \Omega$

Błąd maksymalny wartości średniej / serii

$$\Delta R = 3 \cdot S_{\bar{R}} = 0,314654288 \Omega \approx 0,32 \Omega$$

$$R = \bar{R} \pm \Delta R$$

$$R = (63,70 \pm 0,32) \Omega$$

Błąd maksymalny pojedynczego pomiaru

$$R = \bar{R} \pm \Delta R$$

$$\Delta R = 3 \cdot S_R = 3,160770738 \Omega \approx 3,2 \Omega$$

$$R = (63,7 \pm 3,2) \Omega$$

Na podstawie otrzymanych wyników rysujemy:
sponggram histogram.

Wybieram 10 przedziałów

klasowych:

Przedziały klasowe [u ; v]

Wartości przedziału (N_k)

(61,5 - 62,0)
< 62,0 - 62,5)
< 62,5 - 63,0)
< 63,0 - 63,5)
< 63,5 - 64,0)
< 64,0 - 64,5)
< 64,5 - 65,0)
< 65,0 - 65,5)
< 65,5 - 66,0)
< 66,0 - 66,5)

4
7
11
22
19
17
14
2
6
3

Histogram ten można przybliżyć układem prawdopodobieństwa zmiennej losowej skośnej. Przyjmijmy f_k jest prawdopodobieństwem, że wynik znajdzie się w danym przedziale klasowym. Obliczamy je ze wzoru:

$$f_k = \frac{N_k}{N}$$

N_k - liczebność danego przedziału

N - ilość pomiarów serii (w moim wypadku 93)

- ⑥ Analizując histogram zauważam, że najwyższy wynik pomiarów mieści się w przedziale $<63,0 - 63,5 \Omega)$ oraz $<63,5 - 64,0 \Omega)$, odpowiednio 22 i 19 wyników.

Natomiast ilość wyników poniżej 62Ω oraz powyżej 65Ω jest znikoma w porównaniu do przedziałów $<63,0 - 63,5 \Omega)$ i $<63,5 - 64,0 \Omega)$.

Z moich obliczeń wynika, iż średnia wartość oporu rezystora wynosi $63,70 \Omega$, co pokrywa się z najwyższym zgromadzeniem wyników na histogramie.

Rozpatrzmy teraz 10-krotne pomiary rezystancji dwóch losowych oporników

I przypadek losowy

$$\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i \quad \text{dla } N=10$$

$$\bar{R} = 64,03 \Omega$$

Rozstęp $R_x = 64,3 - 63,9 = 0,4 \Omega$ $\varepsilon = 0,1 \Omega$

$R_x = 4\varepsilon$ ← Błędy systematyczne i przypadkowe są porównywalne

Oddychlenie standardowe pojedynczego pomiaru

$$s_R = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2}$$

$R_i [\Omega]$	$R_i - \bar{R}$	$(R_i - \bar{R})^2$	ilość wyników
63,9	-0,13	0,0169	1
64,0	-0,03	0,0009	7
64,1	0,07	0,0049	1
64,3	0,27	0,0729	1
$\Sigma = 0,101$			$\Sigma = 10$

$$s_R = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot 0,101} = 0,105935 \Omega \approx 0,11 \Omega$$

Oddychlenie standardowe wartości średniej

$$s_{\bar{R}} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2} = \sqrt{\frac{1}{N}} \cdot s_R =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{10}} \cdot 0,105935 \Omega = 0,0334986 \Omega$$

w przybliżeniu $0,033 \Omega$

Błąd maksymalny

$$\Delta R = \varepsilon + t_{\alpha}(N) s_{\bar{R}} = \varepsilon + t_{0,9975}(9) \cdot s_{\bar{R}} \quad \leftarrow \text{odczytujemy z tabeli Studenta - Fishera}$$

$$\Delta R = 0,1 \Omega + 0,0334986 \cdot 4,094 \Omega = 0,2371474 \Omega \approx 0,24 \Omega$$

Wynik końcowy

$$R = \bar{R} \pm \Delta R = (64,03 \pm 0,24) \Omega$$

Niepewność wartości średniej (z uwzględnieniem ε)

$$S = \sqrt{s_{\bar{R}}^2 + \frac{1}{9} \varepsilon^2} = 0,066748955 \Omega \approx 0,067 \Omega$$

8

II przy padek losowy

$$\bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i \quad \text{dla } N=10$$

$$\bar{R} = 65,05 \Omega$$

Rozstęp $R_x = R_{\max} - R_{\min} = 65,3 - 65,0 = 0,3 \Omega$

$$\varepsilon = 0,1 \Omega \Rightarrow R_x = 3\varepsilon \leftarrow \text{błędy statystyczne i przypadkowe są porównywalne}$$

Odchylenie standardowe pojedynczego pomiaru

$$S_R = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (R_i - \bar{R})^2}$$

$R_i [\Omega]$	$R_i - \bar{R}$	$(R_i - \bar{R})^2$	liczba wyników
65,0	-0,05	0,0025	4
65,1	0,05	0,0025	2
65,3	0,25	0,0625	1
		$\Sigma = 0,085$	$\Sigma = 10$

N=10

$$S_R = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot 0,085} = 0,0971825 \Omega \approx 0,097 \Omega$$

Odchylenie standardowe wartości średniej

$$S_{\bar{R}} = \sqrt{\frac{1}{N}} \cdot S_R = 0,0307318 \Omega \approx 0,031 \Omega$$

Błąd maksymalny

$$\Delta R = \varepsilon + t_{\alpha}(v) \cdot S_{\bar{R}} = 0,1 \Omega + t_{0,9575}(N-1) \cdot S_{\bar{R}} =$$

$$= 0,1 \Omega + 4,084 \cdot 0,0307318 \Omega = 0,225816 \Omega \approx 0,23 \Omega$$

Wynik końcowy:

$$R = \bar{R} \pm \Delta R$$

$$R = (65,05 \pm 0,23) \Omega$$

Niepewność wartości średniej z uwzględnieniem ε

$$S = \sqrt{S_{\bar{R}}^2 + \frac{1}{3} \varepsilon^2} = 0,0655311 \Omega \approx 0,066 \Omega$$

Analizując wyniki pomiarów 10-krotnych dwóch rezystorów wybranych losowo, zauważam, że mimo iż mierzymy rezystancję jednego rezystora otrzymywane wyniki nieznacznie różnią się między sobą.

Sporowodowano jest to zarówno błędem systematycznym wynikającym z niedokładności multimetru, jak i błędami przypadkowymi powstającymi podczas pomiaru. Wyniki pomiarów rezystancji za pomocą omomierza mogą być zafałszowane np. niedokładnym stykaniem się kabelków z rezystorami oraz korozją metalu występującą w różnym stopniu na metalowych elementach co może zwiększać opór i generować błędy.

90

literatura:

- "Podstawy metod opracowania pomiarów"

- A. Bielski, R. Guryło

HISTOGRAM

N_k - liczebność przedziału
 R - rozpiętość próby
 f_k - częstość względna
 f_k - częstość względna

